NOM :
Prénom :

Licence Parcours M
troisième année
2010/2011

Contrôle continu n°**2**, Analyse numérique

Partie sans machine

Exercice 1 : Rappeler la définition des polynômes de Bernstein associé à une fonction f de $[0;1]$ dans $\mathbb{R}$, on donnera une interprétation probabiliste ainsi qu'une formule sous forme de somme.
Déterminer le polynôme de Bernstein de degré 2 du polynôme X^2.

Exercice 2 : Déterminer le polynôme de meilleure approximation uniforme d'ordre 1 de la fonction $x \mapsto x^2$ sur l'intervalle [-1 ;2].

Exercice 3 : Utilisez les différences divisées pour résoudre le problème suivant. Une voiture passe de 0 à 50 km/h en 5 secondes et de 0 à 100 km/h en 20 secondes.
1. En utilisant l'interpolation linéaire, calculez le nombre de secondes nécessaires pour passer de 0 à 120 km/h.
2. En prenant en compte le fait que cette voiture passe de 0 à 0 km/h en 0 seconde, utilisez l'interpolation quadratique pour calculer le nombre de secondes nécessaires pour passer de 0 à 120 km/h.

Partie avec machine

Exercice 4 : Tracer $y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$ pour x variant entre 10 et 20.
Puis tracer $\ln y$ en fonction de $\ln x$ pour x variant entre 10 et 20, on trouve presque une droite dont on déterminera le coefficient directeur.

Correcteur □

Exercice 5 : Soit P le polynôme d'interpolation de Lagrange de la fonction $f(x) = xe^x$, aux points $\{-1; 1; 3\}$.
Déterminer $P(1)$ et $P(2)$. Méthode entièrement libre.
Tracer P et f sur l'intervalle $[-2; 4]$.

Correcteur □

Exercice 6 : Les polynômes de Tchebytchev sont déterminés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} T_0 = 1 \\ T_1 = X \\ T_{n+2} = 2XT_{n+1}(X) - T_n(X) \end{cases}$$

1. Écrire une fonction récursive scilab `tche` qui prend deux arguments n et x et qui renvoie la valeur de $T_n(x)$.
2. Écrire une fonction scilab itérative, basée sur une boucle for, `tche2` qui prend deux arguments n et x et qui renvoie la valeur de $T_n(x)$, on pourra dans la fonction définir une matrice colonne C dont la ième ligne est $T_{i-1}(x)$. On peut aussi écrire la fonction pour qu'elle puisse prendre comme argument x une matrice ligne.
3. Calculer $T_7(0.2)$.
4. Tracer T_{10} entre -1 et 1.

Correcteur □

NOM :
Prénom :

Licence Parcours M
troisième année
2010/2011

UNIVERSITÉ de Cergy-Pontoise

Contrôle continu n°**2**, Analyse numérique

Partie sans machine

Exercice 1 : Rappeler la définition des polynômes de Bernstein associé à une fonction f de $[0;1]$ dans $\mathbb{R}$, on donnera une interprétation probabiliste ainsi qu'une formule sous forme de somme.
Déterminer le polynôme de Bernstein de degré 2 du polynôme X^2.

Exercice 2 : Déterminer le polynôme de meilleure approximation uniforme d'ordre 1 de la fonction $x \mapsto x^2$ sur l'intervalle [-1 ;3].

Exercice 3 : Utilisez les différences divisées pour résoudre le problème suivant. Une voiture passe de 0 à 50 km/h en 5 secondes et de 0 à 100 km/h en 15 secondes.
1. En utilisant l'interpolation linéaire, calculez le nombre de secondes nécessaires pour passer de 0 à 120 km/h.
2. En prenant en compte le fait que cette voiture passe de 0 à 0 km/h en 0 seconde, utilisez l'interpolation quadratique pour calculer le nombre de secondes nécessaires pour passer de 0 à 120 km/h.

Partie avec machine

Exercice 4 : Tracer $y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$ pour x variant entre 10 et 20.
Puis tracer $\ln y$ en fonction de $\ln x$ pour x variant entre 10 et 20, on trouve presque une droite dont on déterminera le coefficient directeur.

Correcteur □

Exercice 5 : Soit P le polynôme d'interpolation de Lagrange de la fonction $f(x) = x\cos(x)$, aux points $\{-1; 1; 3\}$.
Déterminer $P(1)$ et $P(2)$. Méthode entièrement libre.
Tracer P et f sur l'intervalle $[-2; 4]$.

Correcteur □

Exercice 6 : Les polynômes de Tchebytchev sont déterminés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} T_0 = 1 \\ T_1 = X \\ T_{n+2} = 2XT_{n+1}(X) - T_n(X) \end{cases}$$

1. Écrire une fonction récursive scilab `tche` qui prend deux arguments n et x et qui renvoie la valeur de $T_n(x)$.
2. Écrire une fonction scilab itérative, basée sur une boucle for, `tche2` qui prend deux arguments n et x et qui renvoie la valeur de $T_n(x)$, on pourra dans la fonction définir une matrice colonne C dont la ième ligne est $T_{i-1}(x)$. On peut aussi écrire la fonction pour qu'elle puisse prendre comme argument x une matrice ligne.
3. Calculer $T_7(0.3)$.
4. Tracer T_5 entre -1 et 1.

Correcteur □

NOM :
Prénom :

Licence Parcours M
troisième année
2010/2011

Contrôle continu n°**2**, Analyse numérique

Partie sans machine

Exercice 1 : Rappeler la définition des polynômes de Bernstein associé à une fonction f de $[0;1]$ dans $\mathbb{R}$, on donnera une interprétation probabiliste ainsi qu'une formule sous forme de somme.
Déterminer le polynôme de Bernstein de degré 2 du polynôme X^2.

Exercice 2 : Déterminer le polynôme de meilleure approximation uniforme d'ordre 1 de la fonction $x \mapsto x^2$ sur l'intervalle [-3 ;1].

Exercice 3 : Utilisez les différences divisées pour résoudre le problème suivant. Une voiture passe de 0 à 50 km/h en 10 secondes et de 0 à 100 km/h en 30 secondes.
1. En utilisant l'interpolation linéaire, calculez le nombre de secondes nécessaires pour passer de 0 à 120 km/h.
2. En prenant en compte le fait que cette voiture passe de 0 à 0 km/h en 0 seconde, utilisez l'interpolation quadratique pour calculer le nombre de secondes nécessaires pour passer de 0 à 120 km/h.

Partie avec machine

Exercice 4 : Tracer $y = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^4}$ pour x variant entre 10 et 20.
Puis tracer $\ln y$ en fonction de $\ln x$ pour x variant entre 10 et 20, on trouve presque une droite dont on déterminera le coefficient directeur.

Correcteur □

Exercice 5 : Soit P le polynôme d'interpolation de Lagrange de la fonction $f(x) = x\sin(x)$, aux points $\{-1;1;3\}$.
Déterminer $P(1)$ et $P(2)$. Méthode entièrement libre.
Tracer P et f sur l'intervalle $[-2;4]$.

Correcteur □

Exercice 6 : Les polynômes de Tchebytchev sont déterminés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} T_0 = 1 \\ T_1 = X \\ T_{n+2} = 2XT_{n+1}(X) - T_n(X) \end{cases}$$

1. Écrire une fonction récursive scilab `tche` qui prend deux arguments n et x et qui renvoie la valeur de $T_n(x)$.
2. Écrire une fonction scilab itérative, basée sur une boucle for, `tche2` qui prend deux arguments n et x et qui renvoie la valeur de $T_n(x)$, on pourra dans la fonction définir une matrice colonne C dont la ième ligne est $T_{i-1}(x)$. On p sol702 =
   - 0.9870208 - 0.9870208 sol703 =
   - 0.8461632 - 0.8461632 sol807 = eut aussi écrire la fonction pour qu'elle puisse prendre comme argument x une matrice ligne.
3. Calculer $T_8(0.7)$.
4. Tracer T_6 entre -1 et 1.

Correcteur □